

Moduuli 3

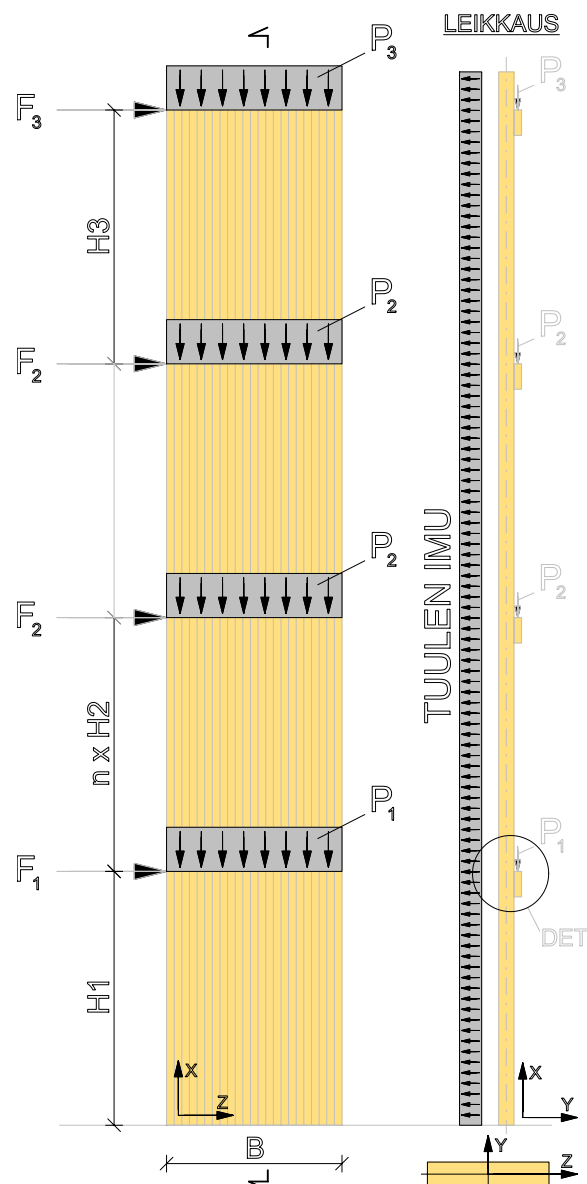
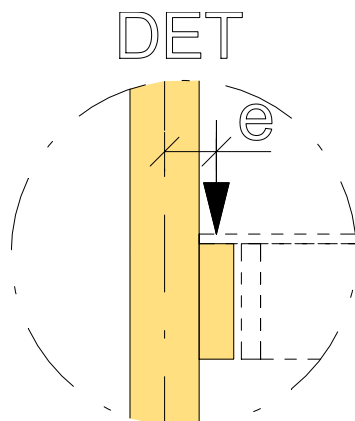
Kotitehtävä 15_KYSYMYS

01.12.2018

Alla olevassa kuvassa on puukerrostalon nurkassa sijaitseva mastopilari. Vaakarakenteet kannatetaan pilarin kyljestä. Tarkasta laskelmilla kyseisen mastopilarin kestävyys sekä täyttääkö pilari annetun vaakasiirtymärajan. Tehtävässä tulee tarkastella vain lähtötiedoissa annettu kuormitustapaus ja lisävaakavoima tulee huomioida laskelmissa. Kuvassa esitetyt kuormat ovat ominaiskuormia. Kaikki pystykuormat (myös vesikatto) sijaitsee epäkeskisesti pilariin nähden ks. detaji (e = 100 mm). Kerroskorkeus $H_1...H_3 = 3\ 000\text{ mm}$. Voimasuureiden laskemiseen voi käyttää statiikkaohjelmia.

Lähtötiedot ovat seuraavat:

- Käyttöluokka: 1
- Seuraamusluokka: CC 2
- Vaakasiirtymäraja: $H / 500$ (ylimmän kerroksen lattiataso)
- Tarkasteltava kuormitustapaus: omapaino 100 % + tuuli 100 % + hyötykuorma 70 % + lumi 70 %
- Puutavarat: Liimapuu GL30c
 - Pilari: 140x900, $L = 12\text{ m}$
- Kuormat:
 - Vaakakuorma, F_1 :
 - Tuulikuorma 4,5 kN
 - Vaakakuorma, F_2 :
 - Tuulikuorma 4,5 kN
 - Vaakakuorma, F_3 :
 - Tuulikuorma 5,0 kN
 - Pystykuorma, P_1
 - omapaino 10,0 kN/m
 - hyötykuorma 9,0 kN/m
 - Pystykuorma, P_2
 - omapaino 10,0 kN/m
 - hyötykuorma 9,0 kN/m
 - Pystykuorma, P_3
 - omapaino 6,0 kN/m
 - lumikuorma 8,0 kN/m
 - Tuulen imu 0,6 kN/m²



Moduuli 3

Kotitehtävä 15_VASTAUS (5p)

01.12.2018

Lopulliset kuormat

Vaakakuormat:

Kuorma F_1 :

- Omapaino, $F_g = 0,06 \text{ kN} (= N / 150)$
- Hyötykuorma, $F_q = 0,05 \text{ kN} (= N / 150)$
- Tuulikuorma, $F_{q,w} = 4,5 \text{ kN}$

Kuorma F_2 :

- Omapaino, $F_g = 0,06 \text{ kN} (= N / 150)$
- Hyötykuorma, $F_q = 0,05 \text{ kN} (= N / 150)$
- Tuulikuorma, $F_{q,w} = 4,5 \text{ kN}$

Kuorma F_3 :

- Omapaino, $F_g = 0,04 \text{ kN} (= N / 150)$
- Lumikuorma, $F_{q,s} = 0,05 \text{ kN} (= N / 150)$
- Tuulikuorma, $F_{q,w} = 5,0 \text{ kN}$

Lasketaan käyttörajatilan vaakakuormat tarkasteltavalle kuormitustapaukselle:

$$F_{1,k} = 1,0 \times F_g + 1,0 \times F_{q,w} + 0,7 \times F_q \Rightarrow F_{1,k} = 1,0 \times 0,06 \text{ kN} + 1,0 \times 4,5 \text{ kN} + 0,7 \times 0,05 \text{ kN} = 4,6 \text{ kN}$$

$$F_{2,k} = 1,0 \times F_g + 1,0 \times F_{q,w} + 0,7 \times F_q \Rightarrow F_{2,k} = 1,0 \times 0,06 \text{ kN} + 1,0 \times 4,5 \text{ kN} + 0,7 \times 0,05 \text{ kN} = 4,6 \text{ kN}$$

$$F_{3,k} = 1,0 \times F_g + 1,0 \times F_{q,w} + 0,7 \times F_{q,s} \Rightarrow F_{3,k} = 1,0 \times 0,04 \text{ kN} + 1,0 \times 5,0 \text{ kN} + 0,7 \times 0,05 \text{ kN} = 5,1 \text{ kN}$$

Lasketaan murtorajatilan vaakakuormat tarkasteltavalle kuormitustapaukselle:

$$F_{1,d} = 1,15 \times 1,0 \times F_g + 1,5 \times 1,0 \times F_{q,w} + 1,5 \times 0,7 \times F_q$$

$$\Rightarrow F_{1,d} = 1,15 \times 1,0 \times 0,06 \text{ kN} + 1,5 \times 1,0 \times 4,5 \text{ kN} + 1,5 \times 0,7 \times 0,05 \text{ kN} = 6,9 \text{ kN}$$

$$F_{2,d} = 1,15 \times 1,0 \times F_g + 1,5 \times 1,0 \times F_{q,w} + 1,5 \times 0,7 \times F_q$$

$$\Rightarrow F_{2,d} = 1,15 \times 1,0 \times 0,06 \text{ kN} + 1,5 \times 1,0 \times 4,5 \text{ kN} + 1,5 \times 0,7 \times 0,05 \text{ kN} = 6,9 \text{ kN}$$

$$F_{3,d} = 1,15 \times 1,0 \times F_g + 1,5 \times 1,0 \times F_{q,w} + 1,5 \times 0,7 \times F_{q,s}$$

$$\Rightarrow F_{3,d} = 1,15 \times 1,0 \times 0,04 \text{ kN} + 1,5 \times 1,0 \times 5,0 \text{ kN} + 1,5 \times 0,7 \times 0,05 \text{ kN} = 7,6 \text{ kN}$$

Pisteet 0,5p

Ulkoiset voimasuureet

Pilarin alapäähän kohdistuu seuraavat voimat (kyseisellä kuormitustapauksella):

- Leikkausvoima, $V_d = 28,2 \text{ kN}$
- Pystyvoima, $N_d = 78,2 \text{ kN/m} \Rightarrow 78,2 \text{ kN/m} \times 0,9 \text{ m}$ (pilarin mitta) = 70,4 kN
- Momentti, $M_{y,d} = 214,9 \text{ kNm}$

Lisäksi sekä tuulen (imu) että väli- ja yläpohjan kuormien aiheuttama taivutus (alin kerros):

- Oletetaan, että välipohja tukee pilaria sen poikkileikkauksen heikommassa suunnassa
- Oletetaan, että pilari on ns. 1-aukkoinen poikkileikkauksen heikommassa suunnassa
- Lasketaan alimman kerroksen momentti, $M_{z,d}$:

Tuulen aiheuttama momentti: $1,5 \times 0,6 \text{ kN/m}^2 \times 0,9 \text{ m}$ (pilarin mitta) $\times (3 \text{ m})^2 / 8 = 0,91 \text{ kNm}$

Oman painon aiheuttama momentti: $1,15 \times 10,0 \text{ kN/m} \times 0,9 \text{ m} \times 0,1 \text{ m} = 1,04 \text{ kNm}$

Hyötykuorman aiheuttama momentti: $0,7 \times 1,5 \times 9,0 \text{ kN/m} \times 0,9 \text{ m} \times 0,1 \text{ m} = 0,85 \text{ kNm}$

$\Rightarrow M_{z,d} = 0,91 \text{ kNm} + 1,04 \text{ kNm} + 0,85 \text{ kNm} = 2,8 \text{ kNm}$ (Laskelma varmallalla puolella)

Pisteet 0,5p

Materiaalit

Liimapuupilari GL30c 140x900

$$k_h = \left(\frac{600}{h} \right)^{0,1} \leq 1,1 \Rightarrow k_h = \left(\frac{600}{900} \right)^{0,1} = 0,96 \leq 1,1$$

palkin korkeus yli 600 mm

$\Rightarrow$ taivutuslujuuden ominaisarvon korotuskerroin $k_h = 1,0$

Aikaluokka: Hetkellinen

Käyttöluokka: 1

$\Rightarrow$ aika- ja käyttöluokka kerroin, $k_{mod} = 1,1$

$\Rightarrow$ virumaluku, $k_{def} = 0,6$

Lujuus- ja jäykkyysominaisuudet

materiaalin osavarmuusluku, $\gamma_m = 1,25$

	Ominaislujuus	Suunnittelulujuus
Taivutuslujuus:	$f_{m,k} = 30,0 \text{ N/mm}^2$	$f_{m,d} = k_h \times k_{mod} \times f_{m,k} / \gamma_m = 26,4 \text{ N/mm}^2$
Leikkauslujuus:	$f_{v,k} = 3,5 \text{ N/mm}^2$	$f_{v,d} = k_{mod} \times f_{v,k} / \gamma_m = 3,1 \text{ N/mm}^2$
Puristuslujuus (0°):	$f_{c,0,k} = 24,5 \text{ N/mm}^2$	$f_{c,0,d} = k_{mod} \times f_{c,0,k} / \gamma_m = 21,6 \text{ N/mm}^2$
Kimmomoduuli:	$E_{0,mean} = 13\,000 \text{ N/mm}^2$	$E_{0,05} = 10\,800 \text{ N/mm}^2$
Liukumoduuli:	$G_{0,mean} = 650 \text{ N/mm}^2$	$G_{0,05} = 540 \text{ N/mm}^2$

Mitoitus

Puristuskestävyys:

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_d}{A} \Rightarrow \sigma_{c,0,d} = \frac{70\,400\text{ N}}{140 \times 900\text{ mm}^2} = 0,56\text{ N/mm}^2 \leq f_{c,0,d} (3\%)$$

Pisteet 0,25p

Taivutuskestävyys poikkileikkauksen Y-suuntaan:

$$\sigma_{m,z,d} = \frac{M_{z,d}}{W_z} \Rightarrow \sigma_{m,z,d} = \frac{2,8 \times 10^6}{\frac{1}{6} \times 900 \times 140^2} = 0,95\text{ N/mm}^2 \leq f_{m,d} (4\%)$$

Pisteet 0,25p

Taivutuskestävyys poikkileikkauksen Z-suuntaan:

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W_y} \Rightarrow \sigma_{m,y,d} = \frac{214,9 \times 10^6}{\frac{1}{6} \times 140 \times 900^2} = 11,4\text{ N/mm}^2 \leq f_{m,d} (43\%)$$

Pisteet 0,25p

Leikkauskestävyys Y-suuntaan (ja Z-suuntaan):

$$b_{\text{eff}} = 1,0 \times b = 140\text{ mm} \Rightarrow A = 140\text{ mm} \times 900\text{ mm} = 126\,000\text{ mm}^2$$

$$\tau_d = 1,5 \times \frac{V_d}{A} \Rightarrow \tau_d = 1,5 \times \frac{28,2 \times 10^3}{140 \times 900} = 0,22\text{ N/mm}^2 \leq f_{v,d} (7\%)$$

Pisteet 0,25p

Yhdistetty puristus- ja taivutuskestävyys:

Nurjahduskerroin Z-suuntaan

$$\text{Nurjahduspituus: } L_{c,y} = 2,5 \times L \Rightarrow L_{c,y} = 2,5 \times 12\,000\text{ mm} = 30\,000\text{ mm}$$

$$\text{Lasketaan jäyhyys säde: } i_z = \frac{H}{\sqrt{12}} \Rightarrow i_z = \frac{900}{\sqrt{12}} = 259,8\text{ mm}$$

$$\text{Lasketaan pilarin hoikkuus: } \lambda_z = \frac{L_{c,y}}{i_z} \Rightarrow \lambda_z = \frac{30\,000}{259,8} = 115,5$$

$$\text{Lasketaan muunnettu hoikkuus: } \lambda_{rel,z} = \frac{\lambda_z}{\pi} \times \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} \Rightarrow \lambda_{rel,z} = \frac{115,5}{\pi} \times \sqrt{\frac{24,5}{10\,800}} = 1,75$$

Alkukäyryydestä johtuva kerroin: $\beta_c = 0,1$ (liimapuu)

Lasketaan nurjahduskerroin:

$$k_z = 0,5 \times (1 + \beta_c \times (\lambda_{rel,z} - 0,3) + \lambda_{rel,z}^2) \\ \Rightarrow k_z = 0,5 \times (1 + 0,1 \times (1,75 - 0,3) + 1,75^2) = 2,10$$

$$k_{c,z} = \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{rel,z}^2}} \leq 1$$

$$\Rightarrow k_{c,z} = \frac{1}{2,10 + \sqrt{2,10^2 - 1,75^2}} = 0,31 \leq 1$$

Pisteet 0,25p

Nurjahduskerroin Y-suuntaan

Nurjahduspituus: $L_{c,z} = 1,0 \times L \Rightarrow L_{c,z} = 1,0 \times 3\,000 \text{ mm} = 3\,000 \text{ mm}$

Lasketaan jäyhyysäde: $i_y = \frac{H}{\sqrt{12}} \Rightarrow i_y = \frac{140}{\sqrt{12}} = 40,4 \text{ mm}$

Lasketaan pilarin hoikkuus: $\lambda_y = \frac{L_{c,z}}{i_y} \Rightarrow \lambda_y = \frac{3000}{40,4} = 74,2$

Lasketaan muunnettu hoikkuus: $\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \times \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} \Rightarrow \lambda_{rel,y} = \frac{74,2}{\pi} \times \sqrt{\frac{24,5}{10800}} = 1,12$

Alkukäyrästä johtuva kerroin: $\beta_c = 0,1$ (liimapuu)

Lasketaan nurjahduskerroin:

$$k_y = 0,5 \times (1 + \beta_c \times (\lambda_{rel,y} - 0,3) + \lambda_{rel,y}^2)$$

$$\Rightarrow k_y = 0,5 \times (1 + 0,1 \times (1,12 - 0,3) + 1,12^2) = 1,17$$

$$k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} \leq 1$$

$$\Rightarrow k_{c,y} = \frac{1}{1,17 + \sqrt{1,17^2 - 1,12^2}} = 0,66 \leq 1$$

Pisteet 0,25p

Yhdistetyt jännitykset (taivutus + puristus):

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \times f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,d}} + k_m \times \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,d}} \leq 1,00$$

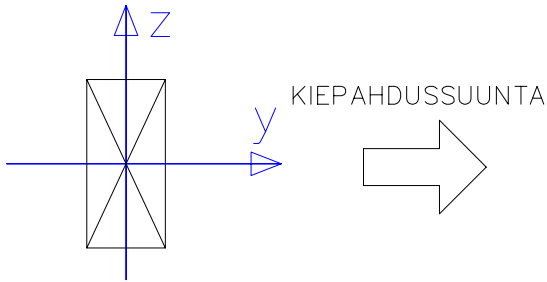
$$\Rightarrow \frac{0,56}{0,31 \times 21,6} + \frac{0,95}{26,4} + 0,7 \times \frac{11,4}{26,4} = 0,42 \leq 1,00 \text{ (42\%)}$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \times f_{c,0,d}} + k_m \times \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,d}} \leq 1,00$$

$$\Rightarrow \frac{0,56}{0,66 \times 21,6} + 0,7 \times \frac{0,95}{26,4} + \frac{11,4}{26,4} = 0,50 \leq 1,00 \text{ (50\%)}$$

Pisteet 0,5p

Kiepahdus:



Lasketaan tehollinen kiepahduspituus, $L_{ef} = L = 3\,000\text{ mm}$ (kuorma tulee kiepahdustukien kohdalta)

Suorakaidepalkin kriittinen taivutusjännitys ($c = 0,70\text{ GL30c}$):

$$\sigma_{m,crit} = \frac{c \times b^2}{h \times L_{ef}} \times E_{0.05} \Rightarrow \sigma_{m,crit} = \frac{0,70 \times (140\text{ mm})^2}{900\text{ mm} \times 3\,000\text{ mm}} \times 10\,800\text{ N/mm}^2 = 54,9\text{ N/mm}^2$$

Suhteellinen hoikkuus:

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} \Rightarrow \lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{30,0\text{ N/mm}^2}{54,9\text{ N/mm}^2}} = 0,74$$

$$\text{Lasketaan } k_{crit} = \begin{cases} 1 & , \text{ kun } \lambda_{rel,m} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \times \lambda_{rel,m} & , \text{ kun } 0,75 < \lambda_{rel,m} \leq 1,4 \\ \frac{1}{\lambda_{rel,m}^2} & , \text{ kun } 1,4 < \lambda_{rel,m} \end{cases}$$

eli tässä tapauksessa: $k_{crit} = 1,00$

$$\text{Mitoitusehto: } \sigma_{m,y,d} \leq k_{crit} \times f_{m,d} \Rightarrow 11,4\text{ N/mm}^2 \leq 1,00 \times 26,4\text{ N/mm}^2 \text{ (43\%)}$$

Pisteet 0,5p

Tarkistetaan myös kiepahduksen ja nurjahduksen yhteisvaikutus:

$$\left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \times f_{m,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \times f_{c,0,d}} \leq 1,00 \Rightarrow \left(\frac{11,4}{0,86 \times 26,4} \right)^2 + \frac{0,56}{0,31 \times 21,6} = 0,34 \leq 1,00$$

Muutetaan yllä oleva ehto käyttöasteeksi

$$a = \frac{\sigma_{m,d}}{k_{crit} \times f_{m,d}} = \frac{11,4}{0,86 \times 26,4} = 0,502$$

$$b = \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \times f_{c,0,d}} = \frac{0,56}{0,31 \times 21,6} = 0,084$$

käyttöaste: $\frac{2 \times a^2}{\sqrt{b^2 + 4 \times a^2} - b} = \frac{2 \times 0,502^2}{\sqrt{0,084^2 + 4 \times 0,502^2} - 0,084} = 0,546 (55\%)$

Pisteet 0,5p

Siirtymä-arvio (yläkerran lattian tasossa => x = 3 000 mm):

Pistekuorma ulokkeella => taipuman kaava:

$$v_{\max} = \frac{F \times b^2}{2 \times E \times I} \times \left(L - \frac{1}{3} \times b - x + \frac{(x-a)^3}{3 \times b^2} \right)$$

$$E = 13\,000 \text{ N/mm}^2$$

$$I = \frac{b \times h^3}{12} \Rightarrow I = \frac{140 \times 900^3}{12} = 8\,505 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$F_{1,k} = 4,6 \text{ kN}, L = 12\,000 \text{ mm}, b_1 = 3\,000 \text{ mm}$$

$$F_{2,k} = 4,6 \text{ kN}, L = 12\,000 \text{ mm}, b_2 = 6\,000 \text{ mm (ja } b_3 = 9\,000 \text{ mm)}$$

$$F_{3,k} = 5,1 \text{ kN}, L = 12\,000 \text{ mm}, b_4 = 12\,000 \text{ mm}$$

$$v_{\max} = \frac{F_i \times b_i^2}{2 \times E \times I} \times \left(L - \frac{1}{3} \times b_i - x + \frac{(x-a_i)^3}{3 \times b_i^2} \right)$$

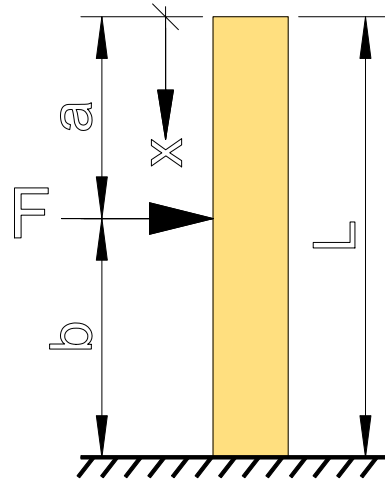
$$\Rightarrow v_1 = \frac{4\,600 \times 3\,000^2}{2 \times 13\,000 \times 8\,505 \times 10^6} \times \left(12\,000 - \frac{1}{3} \times 3\,000 - 3\,000 + \frac{(3\,000 - 9\,000)^3}{3 \times 3\,000^2} \right) = 0,00 \text{ mm}$$

$$+ v_2 = \frac{4\,600 \times 6\,000^2}{2 \times 13\,000 \times 8\,505 \times 10^6} \times \left(12\,000 - \frac{1}{3} \times 6\,000 - 3\,000 + \frac{(3\,000 - 6\,000)^3}{3 \times 6\,000^2} \right) = 5,05 \text{ mm}$$

$$+ v_3 = \frac{4\,600 \times 9\,000^2}{2 \times 13\,000 \times 8\,505 \times 10^6} \times \left(12\,000 - \frac{1}{3} \times 9\,000 - 3\,000 + \frac{(3\,000 - 3\,000)^3}{3 \times 9\,000^2} \right) = 10,11 \text{ mm}$$

$$+ v_4 = \frac{5\,100 \times 12\,000^2}{2 \times 13\,000 \times 8\,505 \times 10^6} \times \left(12\,000 - \frac{1}{3} \times 12\,000 - 3\,000 + \frac{(3\,000 - 0)^3}{3 \times 12\,000^2} \right) = 16,81 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow v_{\max} = v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = 31,98 \text{ mm} \leq H/500 = 24,0 \text{ mm} (133\%)$$



Pisteet 1p (0,25p/kerroksen taipuma)