

Esimerkkilaskelma

Liimapuupilari (mastopilari)

Liittyy Puuinfo Oy:n julkaisemaan mitoitusohjelmaan

7.2.2020

1.0 Lähtötiedot

Pilarin pituus: $L=6000$ mm

Pilarin poikkileikkaus: $(b=140$ mm) \times $(h=630$ mm)

Tukijako Y-suunnassa: $a=1200$ mm

Lujuusluokka: GL30c

Käyttöluokka: 1

Vaakakuormitus tulee pilarille: vedetyltä reunalta

2.0 Rasitukset

Kuormitustapaus 1: omapaino 100 % + tuulikuorma 100 % + lumikuorma 70 %

Aikaluokka: hetkellinen

Pilarin omapaino: $g_{d,pilari} = 1,15 \cdot 2,65$ kN = 3,04 kN

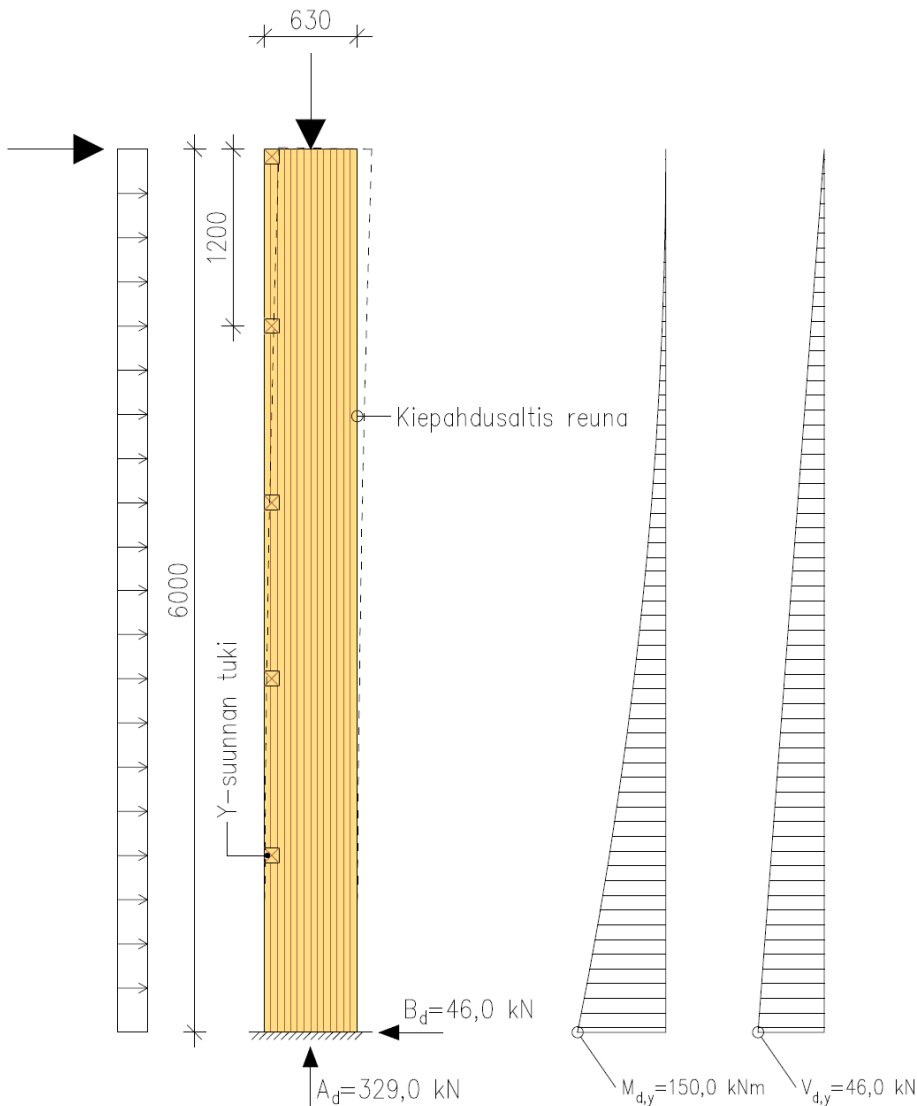
Normaalivoima: $N_{d,x} = 326,0 + 3,04 = 329,0$ kN

Taivutusmomentti Z-suunnassa: $M_{d,y} = 150,0$ kNm

Leikkausvoima Z-suunnassa: $V_{d,y} = 46,0$ kN

Taivutusmomentti Y-suunnassa: ei taivutusmomenttia

Leikkausvoima Y-suunnassa: ei leikkausvoimaa



3.0 Materiaaliominaisuudet

$$\gamma_M = 1,25$$

$$k_{mod} = 1,10$$

$$k_n = 1,00$$

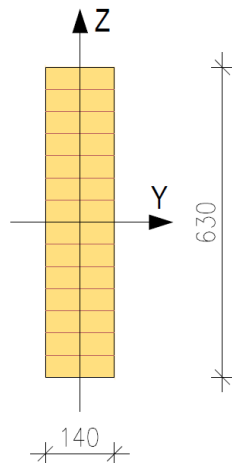
$$f_{c,0,k} = 24,50 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,y,k} = 30,00 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,k} = 3,50 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,mean} = 13000 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,05} = 10800 \text{ N/mm}^2$$



4.0 Poikkileikkausvakiot

Kuormitustapaus 1

$$b = 140 \text{ mm}$$

$$h = 630 \text{ mm}$$

$$A = b \cdot h = 140 \cdot 630 = 88200 \text{ mm}^2$$

$$W_y = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{140 \cdot 630^2}{6} = 9261000 \text{ mm}^3$$

$$I_y = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{140 \cdot 630^3}{12} = 2917215000 \text{ mm}^4$$

$$I_z = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{630 \cdot 140^3}{12} = 144060000 \text{ mm}^4$$

5.0 Nurjahduskestävyys Z-suunnassa

Kuormitustapaus 1

$$N_{d,x} = 329,0 \text{ kN}$$

$$M_{d,y} = 150,0 \text{ kNm}$$

$$L = 6000 \text{ mm}$$

$$L_{c,z} = 2,5 \cdot L = 2,5 \cdot 6000 = 15000 \text{ mm}$$

$$I_y = 2917215000 \text{ mm}^4$$

$$A = 88200 \text{ mm}^2$$

$$W_y = 9261000 \text{ mm}^3$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{2917215000}{88200}} = 181,87 \text{ mm}$$

$$\lambda_y = \frac{L_{c,z}}{i_y} = \frac{15000}{181,87} = 82,48$$

$$f_{c,0,k} = 24,50 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,05} = 10800 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{82,48}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{24,50}{10800}} = 1,25$$

$$\beta_c = 0,10$$

$$k_y = 0,5 \cdot (1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel,y} - 0,3) + \lambda_{rel,y}^2) = 0,5 \cdot (1 + 0,10 \cdot (1,25 - 0,3) + 1,25^2) = 1,33$$

$$k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} = \frac{1}{1,33 + \sqrt{1,33^2 - 1,25^2}} = 0,56 \leq 1$$

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_{d,x}}{A} = \frac{329000}{88200} = 3,73 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{d,y}}{W_y} = \frac{150 \cdot 10^6}{9261000} = 16,20 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,z,d} = 0,00 \text{ N/mm}^2$$

$$k_m = 0,70$$

$$f_{c,0,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{c,0,k} = \frac{1,1}{1,25} \cdot 24,50 = 21,56 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,y,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{m,y,k} = \frac{1,1}{1,25} \cdot 30,00 = 26,40 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,z,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{m,z,k} = \frac{1,1}{1,25} \cdot 30,00 = 26,40 \text{ N/mm}^2$$

$\lambda_{rel,y} > 0,3$ ja $k_{c,y} < 1 \Rightarrow$ pilari on nurjahdusaltis

$$EHTO: \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \Rightarrow \frac{3,73}{0,56 \cdot 21,56} + \frac{16,20}{26,40} + 0,7 \cdot \frac{0,00}{26,40} = 0,92 \leq 1 \quad (92 \% \text{ OK kestä})$$

6.0 Kiepahduskestävyys Z-suunnan taivutuksessa

Kuormitustapaus 1

Y-suunnan tuet eivät estä kiepahdusta, koska tuet ovat pilarin poikkileikkauksen vetopuolella.

$$M_{d,y} = 150,0 \text{ kNm}$$

$$W_y = 9261000 \text{ mm}^3$$

$$N_{d,x} = 329,0 \text{ kN}$$

$$A = 88200 \text{ mm}^2$$

Tasainen kuorma + Pistekuorma vapaassa päässä vedetyllä reunalla

$$c = 0,70$$

$$L_{ef,y} = L - 0,5 \cdot h = 6000 - 0,5 \cdot 630 = 5685 \text{ mm}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{c \cdot b^2}{h \cdot L_{ef,y}} \cdot E_{0,05} = \frac{0,70 \cdot 140^2}{630 \cdot 5685} \cdot 10800 = 41,37 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} = \sqrt{\frac{30,00}{41,37}} = 0,85$$

$$k_{crit} = 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m} = 1,56 - 0,75 \cdot 0,85 = 0,923$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{d,y}}{W_y} = \frac{150,0 \cdot 10^6}{9261000} = 16,20 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_{d,x}}{A} = \frac{329000}{88200} = 3,73 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,y,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{m,y,k} = \frac{1,1}{1,25} \cdot 30,00 = 26,40 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c,0,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{c,0,k} = \frac{1,1}{1,25} \cdot 24,50 = 21,56 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{c,z} = 0,98 \text{ (ks. kohta "Nurjahduskestävyys Y-suunnassa")}$$

$$EHTO: \left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,y,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} \leq 1 \Rightarrow \left(\frac{16,20}{0,923 \cdot 26,40} \right)^2 + \frac{3,73}{0,98 \cdot 21,56} = 0,62 \leq 1$$

Muutetaan yllä oleva ehto käyttöasteeksi

$$a = \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,y,d}} = \frac{16,20}{0,923 \cdot 26,40} = 0,66$$

$$b = \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} = \frac{3,73}{0,98 \cdot 21,56} = 0,18$$

$$\text{käyttöaste} = \frac{2 \cdot a^2}{\sqrt{b^2 + 4 \cdot a^2} - b} = \frac{2 \cdot 0,66^2}{\sqrt{0,18^2 + 4 \cdot 0,66^2} - 0,18} = 0,76 \text{ (76 \% OK kestää)}$$

$$EHTO: \sigma_{m,y,d} \leq k_{crit} \cdot f_{m,d} \Rightarrow 16,20 \text{ N/mm}^2 \leq 0,923 \cdot 26,40 \text{ N/mm}^2 \text{ (66 \% OK kestää)}$$

7.0 Leikkauskestävyys Z-suunnan taivutuksessa

Kuormitustapaus 1

$$k_{cr} = 1,0$$

$$V_{d,y} = 46,0 \text{ kN}$$

$$A = 88200 \text{ mm}^2$$

$$\tau_d = \frac{3}{2} \cdot \frac{V_{d,y}}{A} = \frac{3}{2} \cdot \frac{46 \cdot 10^3}{88200} = 0,78$$

$$f_{v,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{v,k} = \frac{1,10}{1,25} \cdot 3,50 = 3,08 \text{ N/mm}^2$$

$$EHTO: \tau_d \leq f_{v,d} \Rightarrow 0,78 \text{ N/mm}^2 \leq 3,08 \text{ N/mm}^2 \text{ (25 \% OK kestää)}$$

8.0 Nurjahduskestävyys Y-suunnassa

Kuormitustapaus 1

$$N_{d,x} = 329,0 \text{ kN}$$

$$a = 1200 \text{ mm}$$

$$L_{c,y} = 1,0 \cdot a = 1,0 \cdot 1200 = 1200 \text{ mm}$$

$$I_z = 144060000 \text{ mm}^4$$

$$A = 88200 \text{ mm}^2$$

$$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} = \sqrt{\frac{144060000}{88200}} = 40,41 \text{ mm}$$

$$\lambda_z = \frac{L_{c,y}}{i_z} = \frac{1200}{40,41} = 29,69$$

$$f_{c,0,k} = 24,50 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{0,05} = 10800 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,z} = \frac{\lambda_z}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{29,69}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{24,50}{10800}} = 0,45$$

$$\beta_c = 0,10$$

$$k_z = 0,5 \cdot (1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel,z} - 0,3) + \lambda_{rel,z}^2) = 0,5 \cdot (1 + 0,10 \cdot (0,45 - 0,3) + 0,45^2) = 0,61$$

$$k_{c,z} = \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{rel,z}^2}} = \frac{1}{0,61 + \sqrt{0,61^2 - 0,45^2}} = 0,98 \leq 1$$

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_{d,x}}{A} = \frac{329000}{88200} = 3,73 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,z,d} = 0,00 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{d,y}}{W_y} = \frac{150 \cdot 10^6}{9261000} = 16,20 \text{ N/mm}^2$$

$$k_m = 0,70$$

$$f_{c,0,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{c,0,k} = \frac{1,1}{1,25} \cdot 24,50 = 21,56 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,y,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{m,y,k} = \frac{1,1}{1,25} \cdot 30,00 = 26,40 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,z,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{m,z,k} = \frac{1,1}{1,25} \cdot 30,00 = 26,40 \text{ N/mm}^2$$

$\lambda_{rel,z} > 0,3$ ja $k_{c,z} < 1 \Rightarrow$ pilari on nurjahdusaltis

$$EHTO: \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \Rightarrow \frac{3,73}{0,98 \cdot 21,56} + 0,7 \cdot \frac{16,20}{26,40} + \frac{0,00}{26,40} \leq 0,61 \quad (61 \% \text{ OK kestä})$$

9.0 Y-suunnan stabiloivan tuen voima ja jousijäykkyys (1. muoto)

Kuormitustapaus 1

$$M_{d,y} = 150,0 \text{ kNm}$$

$$L = 6000 \text{ mm}$$

Tasainen kuorma + Pistekuorma vapaassa päässä vedetyllä reunalla (sivuttaistuettu vain pilarin päistä)

$$c = 0,70$$

$$L_{ef,y} = L \cdot 1,0 - 0,5 \cdot h = 6000 \cdot 1,0 - 0,5 \cdot 630 = 5685 \text{ mm}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{c \cdot b^2}{h \cdot L_{ef,y}} \cdot E_{0,05} = \frac{0,70 \cdot 140^2}{630 \cdot 5685} \cdot 10800 = 41,37 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} = \sqrt{\frac{30,00}{41,37}} = 0,85$$

$$k_{crit} = 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m} = 1,56 - 0,75 \cdot 0,85 = 0,922$$

$$N_{d,x} = 329,0 \text{ kN}$$

$$N_d = (1 - k_{crit}) \cdot \frac{M_{d,y}}{h} = (1 - 0,922) \cdot \frac{150,0}{0,63} = 18,6 \text{ kN}$$

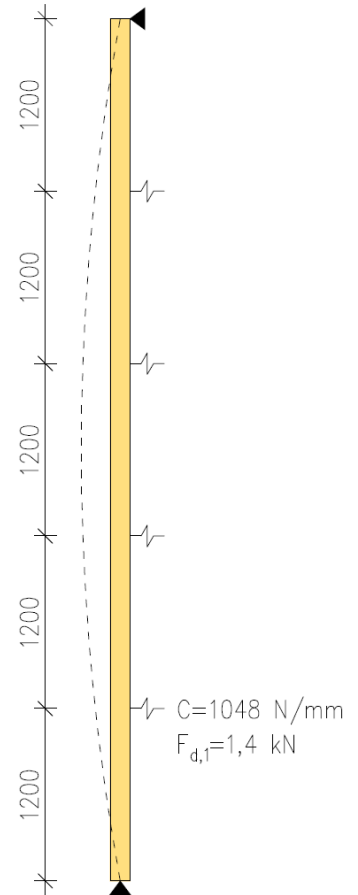
$$\sum N_d = N_{d,x} + N_d = 329,0 + 18,6 = 347,6 \text{ kN}$$

$$m = 5$$

$$a = 1200 \text{ mm}$$

$$C \geq \left(2 + 2 \cdot \cos\left(\frac{180^\circ}{m}\right) \right) \cdot \frac{\sum N_d}{a} = \left(2 + 2 \cdot \cos\left(\frac{180^\circ}{5}\right) \right) \cdot \frac{347600}{1200} = 1048 \text{ N/mm}$$

$$F_{d,1} = \frac{\sum N_d}{50 \cdot L} \cdot a = \frac{347,6}{50 \cdot 6} \cdot 1,2 = 1,4 \text{ kN}$$



Nurjadhustukeen syntävä voima on 1,4 kN ja sen jousijäykkyyksivaatimus on 1048 N/mm.

10.0 Y-suunnan stabiloivan tuen voima ja jousijäykkyys (2. muoto)

Kuormitustapaus 1

$$M_{d,y} = 150,0 \text{ kNm}$$

$$L = 6000 \text{ mm}$$

Tasainen kuorma + Pistekuorma vapaassa päässä vedetyllä reunalla (sivuttaistuettu vain pilarin päistä)

$$c = 0,70$$

$$L_{ef,y} = L \cdot 1,0 - 0,5 \cdot h = 6000 \cdot 1,0 - 0,5 \cdot 630 = 5685 \text{ mm}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{c \cdot b^2}{h \cdot L_{ef,y}} \cdot E_{0,05} = \frac{0,70 \cdot 140^2}{630 \cdot 5685} \cdot 10800 = 41,37 \text{ N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} = \sqrt{\frac{30,00}{41,37}} = 0,85$$

$$k_{crit} = 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m} = 1,56 - 0,75 \cdot 0,85 = 0,922$$

$$N_{d,x} = 329,0 \text{ kN}$$

$$N_d = (1 - k_{crit}) \cdot \frac{M_{d,y}}{h} = (1 - 0,922) \cdot \frac{150,0}{0,63} = 18,6 \text{ kN}$$

$$\Sigma N_d = N_{d,x} + N_d = 329,0 + 18,6 = 347,6 \text{ kN}$$

$$m = 5$$

$$a = 1200 \text{ mm}$$

$$C \geq \left(2 + 2 \cdot \cos\left(\frac{180^\circ}{m}\right) \right) \cdot \frac{\Sigma N_d}{a} = \left(2 + 2 \cdot \cos\left(\frac{180^\circ}{5}\right) \right) \cdot \frac{347600}{1200} = 1048 \text{ N/mm}$$

$$I_z = 1,44 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$$

$$\ell_s = \max \left\{ \begin{array}{l} \sqrt[4]{\frac{\pi}{a \cdot E_{0,05} \cdot I_z}} = \sqrt[4]{\frac{\pi}{1200 \cdot 10800 \cdot 1,44 \cdot 10^8}} = 3629 \text{ mm} \\ 2 \cdot a = 2 \cdot 1200 = 2400 \text{ mm} \end{array} \right.$$

$$\ell_s > \frac{L}{2} \Rightarrow 3629 \text{ mm} > \frac{6000}{2} = 3000 \text{ mm} \Rightarrow \text{Nurjahduksen 2. muoto (s - muoto) ei ole mahdollinen}$$

HUOMIO!

Tässä esimerkkilaskelmassa pilari voi nurjautaa y-suunnassa vain 1. muodon mukaan (yhteen suuntaan), koska pilarin poikkileikkauksen dimensiot on valittu siten. Mikäli esimerkiksi pilarin leveyttä pienennetään, voi pilari nurjautaa y-suunnassa myös 2. muodon mukaan (s-muoto). Pilarin poikkileikkauksen koko ja y-suunnan tuentajako kannattaa valita siten, että pilarin nurjahdus voi tapahtua vain 1. muodon mukaan. Tällöin y-suunnan stabiloiviin tukiin tulee huomattavasti pienempi voima kuin 2. muodon mukaisessa tapauksessa.